**Parte Teórica:**

Las reglas de derivación son fundamentales en el cálculo diferencial y nos permiten encontrar la derivada de una función. A continuación, se enumeran las reglas más importantes junto con ejemplos ilustrativos:

**1. Regla de la constante:** Si 𝑓(𝑥) = 𝑐, donde 𝑐 es una constante, entonces:

𝑑/𝑑𝑥 (𝑐) = 0

Ejemplo:

𝑑/𝑑𝑥 (7) = 0

**2. Regla de la potencia:** Si 𝑓(𝑥) = 𝑥ⁿ, donde 𝑛 es un número real, entonces:

𝑑/𝑑𝑥 (𝑥ⁿ) = 𝑛𝑥ⁿ⁻¹

Ejemplo:

𝑑/𝑑𝑥 (𝑥³) = 3𝑥²

**3. Regla de la suma y resta:** Si 𝑓(𝑥) = 𝑔(𝑥) ± ℎ(𝑥), entonces:

𝑑/𝑑𝑥 [𝑔(𝑥) ± ℎ(𝑥)] = 𝑔′(𝑥) ± ℎ′(𝑥)

Ejemplo:

𝑑/𝑑𝑥 (𝑥³ + 2𝑥) = 3𝑥² + 2

**4. Regla del producto:** Si 𝑓(𝑥) = 𝑔(𝑥) ℎ(𝑥), entonces:

𝑑/𝑑𝑥 [𝑔(𝑥) ℎ(𝑥)] = 𝑔′(𝑥) ℎ(𝑥) + 𝑔(𝑥) ℎ′(𝑥)

Ejemplo:

𝑑/𝑑𝑥 (𝑥² ⋅ sin 𝑥) = 2𝑥 sin 𝑥 + 𝑥² cos 𝑥

**5. Regla del cociente:** Si 𝑓(𝑥) = (𝑔(𝑥) / ℎ(𝑥)), entonces:

𝑑/𝑑𝑥 (𝑔(𝑥)/ℎ(𝑥)) = (𝑔′(𝑥)ℎ(𝑥) − 𝑔(𝑥)ℎ′(𝑥)) / ℎ(𝑥)²

Ejemplo:

𝑑/𝑑𝑥 (𝑥² / (𝑥 + 1)) = [(2𝑥)(𝑥 + 1) − 𝑥²(1)] / (𝑥 + 1)² = (2𝑥² + 2𝑥 − 𝑥²) / (𝑥 + 1)² = (𝑥² + 2𝑥) / (𝑥 + 1)²

**6. Regla de la cadena:** Si 𝑦 = 𝑓(𝑔(𝑥)), entonces:

𝑑𝑦/𝑑𝑥 = 𝑓′(𝑔(𝑥)) ⋅ 𝑔′(𝑥)

Ejemplo:

𝑑/𝑑𝑥 (sin(𝑥²)) = cos(𝑥²) ⋅ 2𝑥

**Parte Práctica:**

***Ejercicio 1: 𝑔(𝑥) = 𝑥²(1 − 2𝑥)***

***Aplicamos la regla del producto: Si 𝑓(𝑥) = 𝑢(𝑥) 𝑣(𝑥), entonces:***

***𝑑/𝑑𝑥 [𝑢(𝑥) 𝑣(𝑥)] = 𝑢′(𝑥) 𝑣(𝑥) + 𝑢(𝑥) 𝑣′(𝑥)***

***Donde:***

* ***𝑢(𝑥) = 𝑥² → 𝑢′(𝑥) = 2𝑥***
* ***𝑣(𝑥) = 1 − 2𝑥 → 𝑣′(𝑥) = −2***

***Ahora aplicamos la regla:***

***𝑔′(𝑥) = (2𝑥)(1 − 2𝑥) + (𝑥²)(−2)***

***Expandiendo:***

***𝑔′(𝑥) = 2𝑥 − 4𝑥² − 2𝑥²***

***𝑔′(𝑥) = 2𝑥 − 6𝑥²***

***Factorizando:***

***𝑔′(𝑥) = 2𝑥(1 − 3𝑥)***

***Ejercicio 2: 𝑔(𝑡) = 2𝑡⁻³/⁴***

***Aplicamos la regla de la potencia, que establece que si 𝑓(𝑥) = 𝑥ⁿ, entonces:***

***𝑑/𝑑𝑥 𝑥ⁿ = 𝑛 𝑥ⁿ⁻¹***

***En este caso:***

***𝑔′(𝑡) = 2 ⋅ (−3/4 𝑡⁻⁷/⁴)***

***𝑔′(𝑡) = −6/4 𝑡⁻⁷/⁴***

***𝑔′(𝑡) = −3/2 𝑡⁻⁷/⁴***

***En forma de fracción:***

***𝑔′(𝑡) = −(3/2) ⋅ (1/𝑡⁷/⁴)***

***Ejercicio 3: 𝐴(𝑠) = −12/𝑠⁵***

***Aplicamos la regla de la potencia:***

***𝑑/𝑑𝑠 (𝑠ⁿ) = 𝑛𝑠ⁿ⁻¹***

***Reescribimos la función:***

***𝐴(𝑠) = −12𝑠⁻⁵***

***Derivamos:***

***𝐴′(𝑠) = −12(−5)𝑠⁻⁶***

***𝐴′(𝑠) = 60𝑠⁻⁶***

***𝐴′(𝑠) = 60/𝑠⁶***

***Ejercicio 4: ℎ(𝑥) = (𝑥 − 2)(2𝑥 + 3)***

***Aplicamos la regla del producto:***

***Si 𝑓(𝑥) = 𝑢(𝑥) 𝑣(𝑥), entonces:***

***𝑑/𝑑𝑥 [𝑢(𝑥) 𝑣(𝑥)] = 𝑢′(𝑥) 𝑣(𝑥) + 𝑢(𝑥) 𝑣′(𝑥)***

***Donde:***

* ***𝑢(𝑥) = 𝑥 − 2 → 𝑢′(𝑥) = 1***
* ***𝑣(𝑥) = 2𝑥 + 3 → 𝑣′(𝑥) = 2***

***Aplicamos la regla:***

***ℎ′(𝑥) = (1)(2𝑥 + 3) + (𝑥 − 2)(2)***

***Expandiendo:***

***ℎ′(𝑥) = 2𝑥 + 3 + 2𝑥 − 4***

***ℎ′(𝑥) = 4𝑥 – 1***

***Ejercicio 5: 𝐵(𝑦) = 𝑐𝑦⁻⁶***

***Aplicamos la regla de la potencia:***

***𝑑/𝑑𝑦 (𝑦ⁿ) = 𝑛𝑦ⁿ⁻¹***

***Derivamos:***

***𝐵′(𝑦) = 𝑐(−6𝑦⁻⁷)***

***𝐵′(𝑦) = −6𝑐𝑦⁻⁷***

***En forma de fracción:***

***𝐵′(𝑦) = −6𝑐/𝑦⁷***

***Ejercicio 6: 𝑦 = 𝑥⁵/³ − 𝑥²/³***

***Aplicamos la regla de la potencia:***

***𝑑/𝑑𝑥 (𝑥ⁿ) = 𝑛𝑥ⁿ⁻¹***

***Derivamos cada término por separado:***

***𝑑/𝑑𝑥 (𝑥⁵/³) = (5/3)𝑥²/³***

***𝑑/𝑑𝑥 (−𝑥²/³) = (−2/3)𝑥⁻¹/³***

***Entonces:***

***𝑦′ = (5/3)𝑥²/³ − (2/3)𝑥⁻¹/³***

***Ejercicio 7: 𝑅(𝑎) = (3𝑎 + 1)²***

***Aplicamos la regla de la cadena: Si 𝑓(𝑥) = [𝑢(𝑥)]ⁿ, entonces:***

***𝑑/𝑑𝑥 [𝑢(𝑥)]ⁿ = 𝑛[𝑢(𝑥)]ⁿ⁻¹ ⋅ 𝑢′(𝑥)***

***Definimos:***

* ***𝑢(𝑎) = 3𝑎 + 1***
* ***𝑢′(𝑎) = 3***

***Aplicamos la regla:***

***𝑅′(𝑎) = 2(3𝑎 + 1) ⋅ 3***

***𝑅′(𝑎) = 6(3𝑎 + 1)***

***Expandiendo:***

***𝑅′(𝑎) = 18𝑎 + 6***

***Ejercicio 8: 𝑆(𝑝) = √𝑝 − 𝑝***

***Reescribimos la función:***

***𝑆(𝑝) = 𝑝¹/² − 𝑝***

***Aplicamos la regla de la potencia:***

***𝑆′(𝑝) = (1/2)𝑝⁻¹/² − 1***

***En forma de fracción:***

***𝑆′(𝑝) = (1/2√𝑝) − 1***

***Ejercicio 9: ℎ(𝑡) = ⁴√𝑡 − 4𝑒ᵗ***

***Reescribimos la función:***

***ℎ(𝑡) = 𝑡¹/⁴ − 4𝑒ᵗ***

***Aplicamos la derivada de la potencia y la exponencial:***

***ℎ′(𝑡) = (1/4)𝑡⁻³/⁴ − 4𝑒ᵗ***

***Ejercicio 10: 𝑦 = √𝑥 (𝑥 − 1)***

***Reescribimos la función:***

***𝑦 = 𝑥¹/² (𝑥 − 1)***

***Aplicamos la regla del producto:***

***𝑦′ = (1/2)𝑥⁻¹/²(𝑥 − 1) + 𝑥¹/²(1)***

***Distribuyendo:***

***𝑦′ = (1/2)𝑥⁻¹/²𝑥 − (1/2)𝑥⁻¹/² + 𝑥¹/²***

***𝑦′ = (1/2)𝑥¹/² − (1/2)𝑥⁻¹/² + 𝑥¹/²***

***Factorizando términos similares:***

***𝑦′ = (3/2)𝑥¹/² − (1/2)𝑥⁻¹/²***